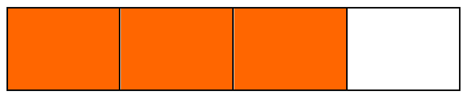
# LES FRACTIONS

Les fractions trouvent leurs origines en Egypte avec les fractions de numérateur 1.
Au Moyen Age en Europe, les fractions sont appelées nombres rompus.
La barre de fraction venant des arabes fut ensuite reprise par le français Nicole Oresme (XIVe).

## Partie 1 : L'écriture fractionnaire

### 1) Géométriquement



La règle est partagée en 4 morceaux égaux. 3 morceaux sur 4 sont colorés, cela représente les $\frac{3}{4}$ de la règle.

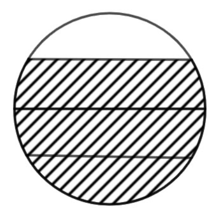
$\frac{3}{4}$ s'appelle une fraction.
Le mot vient du latin *fractiones* = rompu, fracturé.

Représenter les $\frac{3}{4}$ d'une figure, c'est partager cette figure en 4 parts égales et en prendre 3.

On remarque que :

$$\frac{3}{4}=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=3\times\frac{1}{4}$$

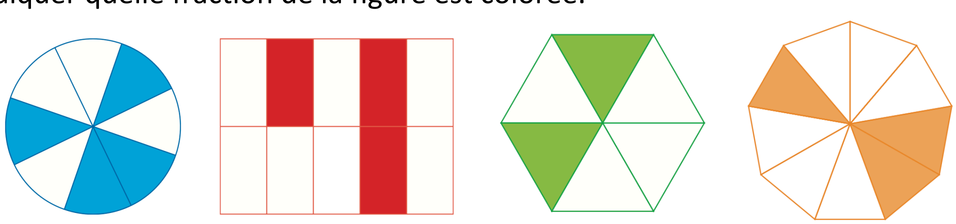
⚠ **Attention :** La partie hachurée de la figure ci-contre ne correspond pas au $\frac{3}{4}$ du disque car les 4 parts ne sont pas égales.



Méthode : Représenter un partage à l'aide d'une fraction

**Vidéo** https://youtu.be/_xZkeQM8tm4

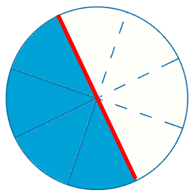
Indiquer quelle fraction de la figure est colorée.



**Correction**

Disque : $\frac{4}{8}$ Rectangle : $\frac{3}{10}$ Hexagone : $\frac{2}{6}$ Ennéagone : $\frac{3}{9}$

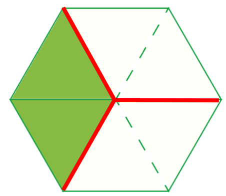
En déplaçant des morceaux colorés sur certaines figures, il est possible d'écrire plus simplement les fractions :



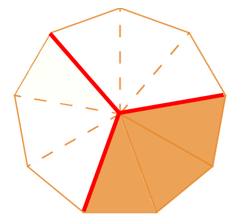
Disque : $\frac{1}{2}$

Rectangle :

On ne peut pas faire mieux



Hexagone : $\frac{1}{3}$



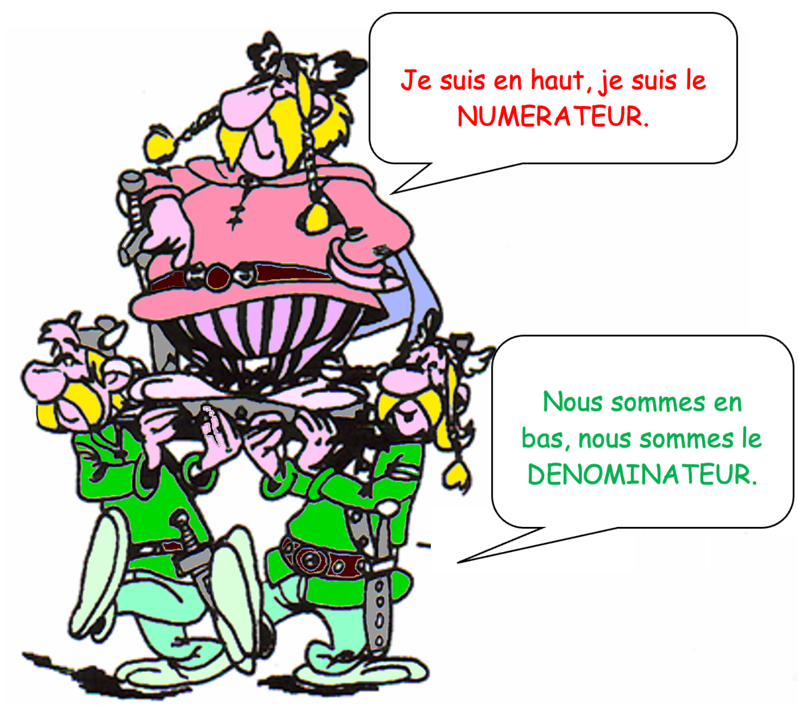
Ennéagone : $\frac{1}{3}$

2) <u>Vocabulaire</u>

| | | |
|---|---|---|
| $\frac{3}{4}$ | ← | Le numérateur (du latin *numerator* = celui qui compte, ici 3) |
| | ← | Le dénominateur (du latin *denominator* = celui qui nomme, ici des quarts) |

Mots inventés par Nicole ORESME XIVe

Des quarts (nom - dénominateur), on en compte 3 (nombre - numérateur).



# Partie 2 : Fractions décimales

Définition : Une **fraction décimale** est une fraction dont le numérateur est un nombre entier et dont le dénominateur est 10, 100, 1 000, …

Exemples : Numérateur un entier

$$\frac{3}{100}$$

Dénominateur 10, 100, …

| En lettre | Un dixième | Un centième | Un millième | Treize centièmes | Soixante-cinq millièmes | Deux-cent-trois dixièmes |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Fraction décimale | $\frac{1}{10}$ | $\frac{1}{100}$ | $\frac{1}{1\,000}$ | $\frac{13}{100}$ | $\frac{65}{1\,000}$ | $\frac{203}{10}$ |
| Écriture décimale | 0,1 | 0,01 | 0,001 | 0,13 | 0,065 | 20,3 |

Méthode : Passer de l'écriture décimale à l'écriture fractionnaire et inversement

Vidéo https://youtu.be/ZQIowPriBhg
Vidéo https://youtu.be/i75HKdds3Gc

1) Écrire les nombres suivants sous forme fractionnaire : 2,3  45,67

2) Écrire les nombres suivants sous forme décimale : $\frac{49}{100}$  $\frac{56}{10}$

**Correction**

1) $2{,}3 = \frac{23}{10}$. En effet, 3 est au rang des dixièmes.

$45{,}67 = \frac{4\,567}{100}$. En effet, 7 est au rang des centièmes.

2) $\frac{49}{100} = 0{,}49$. En effet, 9 passe au rang des centièmes.

$\frac{56}{10} = 5{,}6$. En effet, 6 passe au rang des dixièmes.

Méthode : Décomposer un nombre à l'aide de fractions décimales

**Vidéo https://youtu.be/uqBEfHwZTX8**

Décomposer le nombre 453,51 à l'aide de fractions décimales.

**Correction**

On peut rappeler les différentes écritures d'un nombre :

● Écriture décimale : 453,51

● En lettres : 453 unités et 5 dixièmes 1 centième
453 unités et 51 centièmes

● Écriture fractionnaire : $\frac{45\,351}{100}$

● Somme d'un entier et d'une fraction décimale : 453 + $\frac{51}{100}$

● Décomposition selon les rangs : $(4 \times 100) + (5 \times 10) + (3 \times 1) + \left(5 \times \frac{1}{10}\right) + \left(1 \times \frac{1}{100}\right)$

## Partie 3 : Fraction et quotient

- La fraction $\frac{3}{4}$ est aussi un nombre que l'on peut écrire sous forme décimale.

En effet : $\frac{3}{4}$ = 3 : 4 = 0,75.
$\frac{3}{4}$ est appelé le quotient de 3 par 4.

Définition : Une **fraction** est un quotient de deux nombres entiers.
Et on a : $\frac{a}{b} = a : b$

Exemples :

- $\frac{1}{2}$ ; $\frac{1}{4}$ ; $\frac{2}{9}$ ; $\frac{14}{3}$ sont des fractions.
- $\frac{2{,}1}{5}$ n'est pas une fraction car 2,1 n'est pas un nombre entier.
- $\frac{1}{10}$ ; $\frac{3}{100}$ ; $\frac{47}{1\,000}$ sont des fractions décimales.

⚠️ **Attention :** Certaines fractions ne possèdent pas d'écriture décimale.
Par exemple : $\frac{1}{3}$ = 1 : 3 = 0,333333… 😱
Mais on peut toujours en donner une valeur approchée : $\frac{1}{3} \approx$ 0,33 😅

- A l'inverse, il est toujours possible d'écrire un nombre décimal sous forme d'une fraction.

Par exemple :
2,8 = $\frac{28}{10}$ 3,65 = $\frac{365}{100}$ 4,001 = $\frac{4001}{1000}$

Méthode : Donner l'écriture décimale d'un quotient

Vidéo https://youtu.be/L7AW1Kmx8y8

Donner l'écriture décimale des quotients suivants :

$\frac{1}{2}$ ; $\frac{7}{10}$ ; $\frac{1}{4}$ ; $\frac{2}{5}$

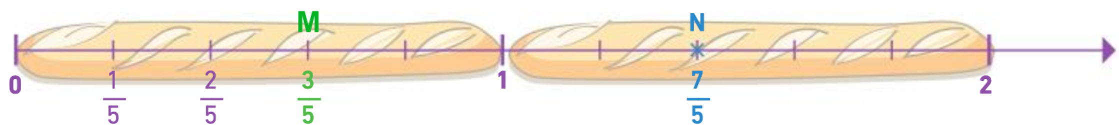
**Correction**

$\frac{1}{2} = 0,5$ $\frac{7}{10} = 0,7$ $\frac{1}{4} = 0,25$ $\frac{2}{5} = 0,4$

# Partie 4 : Fractions et demi-droite graduée

Exemple :

Sur la demi-droite graduée ci-dessous, l'unité (la baguette de pain) est partagée en 5 parts égales.




- En coupant au niveau du point M, on coupera les $\frac{3}{5}$ de la baguette.

Mathématiquement, on dit que le point M a pour **abscisse** $\frac{3}{5}$ et on écrit M$\left(\frac{3}{5}\right)$.

- Si on veut couper les $\frac{7}{5}$ d'une baguette, il faut ajouter une deuxième baguette.

On coupe alors au niveau du point N et on a : N$\left(\frac{7}{5}\right)$.

- On observe graphiquement que :

$\frac{3}{5} = 3 \times \frac{1}{5}$ $\quad et \quad$ $\frac{7}{5} = 7 \times \frac{1}{5} = 1 + \frac{2}{5}$

Méthode : Placer une fraction sur une demi-droite graduée

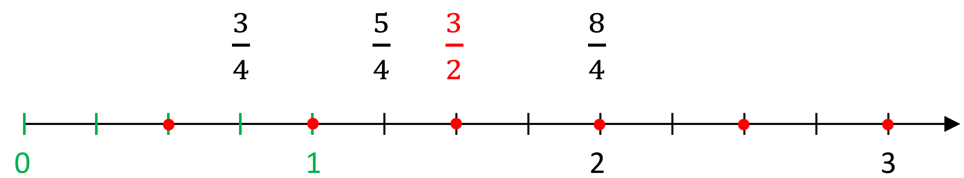
Vidéo https://youtu.be/VcuaJOf2N5w

Placer sur une demi-droite graduée, les fractions suivantes : $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{8}{4}$ et $\frac{3}{2}$.

**Correction**

- Pour placer la fraction $\frac{3}{4}$ sur une demi-droite graduée, on partage **l'unité** en 4 parts égales et on en compte 3 à partir de l'origine.

L'unité va du point d'abscisse 0 au point d'abscisse 1.

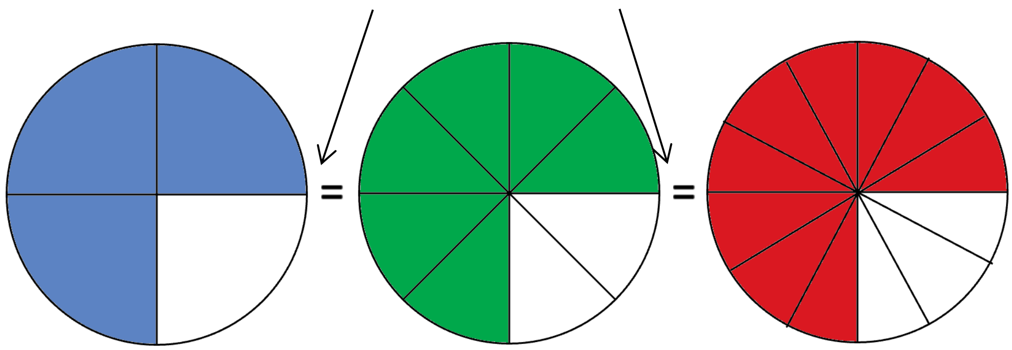



- Pour placer la fraction de dénominateur 2, on partage **l'unité** en deux parts égales (en demis).

## Partie 5 : Fractions égales

1) <u>Plusieurs écritures pour une même fraction</u>

**Les trois parts bleu, verte et rouge représentent des surfaces égales.**



Traduction avec des fractions :

$$\frac{3}{4} \overset{\times 2}{\underset{\times 2}{=}} \frac{6}{8} = \frac{9}{12}$$

<u>Propriété :</u> On ne change pas une fraction lorsqu'on multiplie (ou divise) son numérateur et son dénominateur par un même nombre.

<u>Méthode :</u> Trouver des fractions égales

**Vidéo** https://youtu.be/I7orbsqxB9U

Pour chacune des fractions suivantes, trouver une fraction égale : $\frac{4}{3}$ ; $\frac{5}{2}$ ; $\frac{20}{15}$.

**Correction**

$\frac{4}{3}=\frac{4\times 3}{3\times 3}=\frac{12}{9}$ $\frac{5}{2}=\frac{5\times 10}{2\times 10}=\frac{50}{20}$ $\frac{20}{15}=\frac{20:5}{15:5}=\frac{4}{3}$

⚠ Cette règle ne s'applique pas à l'addition et à la soustraction.

$$\frac{3}{4}\neq\frac{3+5}{4+5}$$

En effet : $\frac{3}{4}$ = 0,75 et $\frac{3+5}{4+5}=\frac{8}{9}\approx$ 0,9

Méthode : Modifier l'écriture d'une fraction

Vidéo https://youtu.be/Ate81v_xUiY
Vidéo https://youtu.be/6AiX2DuI03Q

Compléter les égalités : a) $\frac{5}{7}=\frac{...}{42}$ b) $\frac{9}{5}=\frac{45}{...}$ c) $\frac{27}{21}=\frac{9}{...}$

**Correction**

a) $\frac{5}{7}=\frac{5\times 6}{7\times 6}=\frac{30}{42}$

Au dénominateur : on passe de 7 à 42 en multipliant par 6.

Au numérateur : on fait de même, ainsi 5 $\times$ 6 = 30. Et donc : $\frac{5}{7}=\frac{30}{42}$

b) $\frac{9}{5}=\frac{9\times 5}{5\times 5}=\frac{45}{25}$

Au numérateur : on passe de 9 à 45 en multipliant par 5.

Au dénominateur : on fait de même, ainsi 5 $\times$ 5 = 25. Et donc : $\frac{9}{5}=\frac{45}{25}$

c) $\frac{27}{21}=\frac{26:3}{21:3}=\frac{9}{7}$

Au numérateur : on passe de 27 à 9 en divisant par 3.

Au dénominateur : on fait de même, ainsi 21 : 3 = 7. Et donc : $\frac{27}{21}=\frac{9}{7}$

# Partie 6 : Comparaison de fractions

## 1) Mettre des fractions au même dénominateur

Méthode : Mettre des fractions au même dénominateur

Vidéo https://youtu.be/B48IJDuyACg

Mettre au même dénominateur les couples de fractions :

a) $\frac{5}{6}$ et $\frac{5}{18}$ b) $\frac{4}{7}$ et $\frac{5}{35}$

**Correction**

a) ● 1ère fraction : On multiplie par 3 le numérateur et le dénominateur.

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \times 3}{6 \times 3} = \frac{15}{18}$$

● 2e fraction : On garde $\frac{5}{18}$

b) ● 1ère fraction : On garde $\frac{4}{7}$

● 2e fraction : On divise par 5 le numérateur et le dénominateur.

$$\frac{5}{35} = \frac{5:5}{35:5} = \frac{1}{7}$$

## 2) Comparer les fractions

Méthode : Comparer des fractions

Vidéo https://youtu.be/ZorNhzRGwq4

Vidéo https://youtu.be/zzRX2N3o6xM

Vidéo https://youtu.be/qm8YLSWtGXQ

Comparer les fractions suivantes : $\frac{3}{8}$ et $\frac{11}{24}$.

**Correction**

On cherche quelle fraction est la plus grande (ou la plus petite) des deux.

Pour cela, on va mettre les deux fractions au même dénominateur et ainsi comparer les numérateurs.

● 1ère fraction : On multiplie par 3 le numérateur et le dénominateur.

$$\frac{3}{8} = \frac{3 \times 3}{8 \times 3} = \frac{9}{24}$$

● 2e fraction : On garde $\frac{11}{24}$

$\frac{11}{24}$ est plus grand que $\frac{9}{24}$ car son numérateur est plus grand, soit :

$$\frac{11}{24} > \frac{3}{8}$$

Méthode : Encadrer une fraction par deux entiers consécutifs

Vidéo https://youtu.be/_R61vSYURZQ

Encadrer la fraction $\frac{18}{5}$ par deux entiers consécutifs.

**Correction**

$$? < \frac{18}{5} < \ ?$$

On teste les numérateurs inférieurs à 18 :

$\frac{17}{5}$ n'est pas un entier,

$\frac{16}{5}$ n'est pas un entier,

$\frac{15}{5}$ = 3 est un entier.

On teste les numérateurs supérieurs à 18 :

$\frac{19}{5}$ n'est pas un entier,

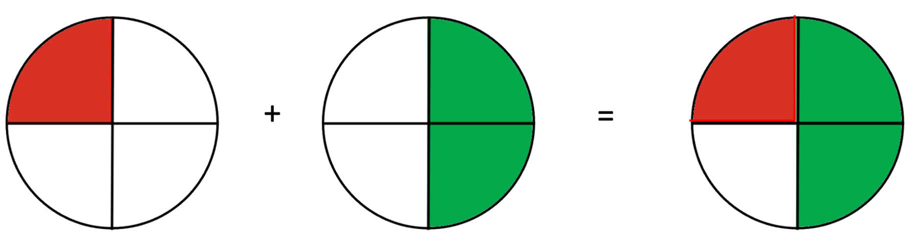
$\frac{20}{5}$ = 4 est un entier.

On a ainsi :

$$3 < \frac{18}{5} < 4$$

# Partie 7 : Addition et soustraction de fractions

## 1) Addition et soustraction de deux fractions de même dénominateur




$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{1+2}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\boxed{\frac{a}{D}+\frac{b}{D}=\frac{a+b}{D}}$$

Lorsqu'on additionne deux fractions qui ont le MÊME DENOMINATEUR, on additionne les numérateurs $a+b$ et on garde le dénominateur $D$.

$$\boxed{\frac{a}{D}-\frac{b}{D}=\frac{a-b}{D}}$$

Lorsqu'on soustrait deux fractions qui ont le MÊME DENOMINATEUR, on soustrait les numérateurs $a-b$ et on garde le dénominateur $D$.

Méthode : Additionner et soustraire des fractions

**Vidéo** https://youtu.be/2-JfYiX6Wk4

Calculer : a) $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}$ b) $\frac{2}{5}+\frac{1}{5}$ c) $\frac{4}{6}+\frac{3}{6}$ d) $\frac{5}{2}-\frac{4}{2}$

**Correction**

a) On additionne des tiers : $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{1+1}{3}=\frac{2}{3}$

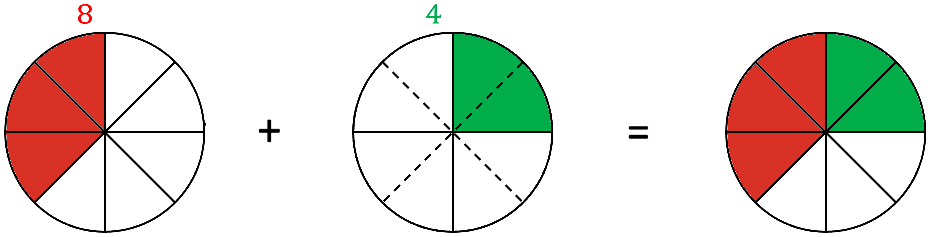
b) On additionne des cinquièmes : $\frac{2}{5}+\frac{1}{5}=\frac{2+1}{5}=\frac{3}{5}$

c) $\frac{4}{6}+\frac{3}{6}=\frac{4+3}{6}=\frac{7}{6}$ d) $\frac{5}{2}-\frac{4}{2}=\frac{5-4}{2}=\frac{1}{2}$

## 2) Addition et soustraction de deux fractions de dénominateurs différents

Exemple :

$\frac{3}{8}$ + $\frac{1}{4}$



$\frac{3}{8}$ + $\frac{2}{8}$ = $\frac{5}{8}$

On ne peut pas additionner ou soustraire deux fractions qui n'ont pas le même dénominateur.
Alors, **on commence par les mettre au même dénominateur** !

Méthode : Additionner et soustraire les fractions (niveau 1)

Vidéo https://youtu.be/lGShZVQlXMQ
Vidéo https://youtu.be/9dxCWIdbXXU

Calculer :

$A=\frac{3}{8}+\frac{3}{4}$ $\quad B=\frac{4}{9}+\frac{1}{27}$ $\quad C=\frac{4}{30}-\frac{1}{10}$ $\quad D=\frac{4}{5}+1$ $\quad E=\frac{11}{13}+3$

**Correction**

$A=\frac{3}{8}+\frac{3}{4}$ ← Les dénominateurs sont différents.

$=\frac{3}{8}+\frac{3\times 2}{4\times 2}$ ← On commence par mettre les deux fractions au même dénominateur : 8

$=\frac{3}{8}+\frac{6}{8}$

$=\frac{9}{8}$

$B=\frac{4}{9}+\frac{1}{27}$
$=\frac{4\times 3}{9\times 3}+\frac{1}{27}$
$=\frac{12}{27}+\frac{1}{27}$
$=\frac{13}{27}$

$C=\frac{4}{30}-\frac{1}{10}$
$=\frac{4}{30}-\frac{1\times 3}{10\times 3}$
$=\frac{4}{30}-\frac{3}{30}$
$=\frac{1}{30}$

$D=\frac{4}{5}+1$
$=\frac{4}{5}+\frac{5}{5}$
$=\frac{9}{5}$

$E=\frac{11}{13}+3$
$=\frac{11}{13}+\frac{3}{1}$
$=\frac{11}{13}+\frac{3\times 13}{1\times 13}$
$=\frac{11}{13}+\frac{39}{13}$
$=\frac{50}{13}$

Méthode : Additionner et soustraire des fractions (niveau 2)

Vidéo https://youtu.be/nsc675xcjPc

Calculer puis simplifier si possible :

$A=\frac{4}{9}+\frac{1}{27}$ $\quad B=\frac{-2}{3}+\frac{3}{4}$ $\quad C=\frac{-7}{25}+\frac{3}{15}$

$D=\frac{1}{2}-\frac{-2}{6}+\frac{4}{9}+\frac{5}{-6}$ $\quad E=\frac{4}{7}-\left(\frac{2}{7}+\frac{1}{5}\right)$ $\quad F=7+\frac{2}{3}$

**Correction**

$A=\frac{4}{9}+\frac{1}{27}$ ← Les dénominateurs sont différents.

$=\frac{4\times 3}{9\times 3}+\frac{1}{27}$ ← On commence par mettre les deux fractions au même dénominateur : 27

$= \frac{12}{27} + \frac{1}{27}$

$= \frac{13}{27}$

$B = \frac{-2}{3} + \frac{3}{4}$

$= \frac{-2 \times 4}{3 \times 4} + \frac{3 \times 3}{4 \times 3}$

$= \frac{-8}{12} + \frac{9}{12}$

$= \frac{1}{12}$

$C = \frac{-7}{25} + \frac{3}{15}$

$= \frac{-7 \times 3}{25 \times 3} + \frac{3 \times 5}{15 \times 5}$

$= \frac{-21}{75} + \frac{15}{75}$

$= \frac{-6}{75}$

$= -\frac{2}{25}$

$D = \frac{1}{2} - \frac{-2}{6} + \frac{4}{9} + \frac{5}{-6}$

$= \frac{9}{18} + \frac{6}{18} + \frac{8}{18} - \frac{15}{18}$

$= \frac{8}{18}$

$= \frac{4}{9}$

$E = \frac{4}{7} - \left(\frac{2}{7} + \frac{1}{5}\right)$

$= \frac{4}{7} - \left(\frac{10}{35} + \frac{7}{35}\right)$

$= \frac{4}{7} - \frac{17}{35}$

$= \frac{20}{35} - \frac{17}{35}$

$= \frac{3}{35}$

$F = 7 + \frac{2}{3}$

$= \frac{7}{1} + \frac{2}{3}$

$= \frac{7 \times 3}{1 \times 3} + \frac{2}{3}$

$= \frac{21}{3} + \frac{2}{3}$

$= \frac{23}{3}$

## Partie 8 : Multiplication de fractions

### 1) Produit d'une fraction par un nombre

$\frac{a}{b} \times b = a$ $\qquad$ $a \times \frac{b}{c} = \frac{a \times b}{c}$

Exemples : $\frac{2}{5} \times 5 = 2$ $\qquad$ $4 \times \frac{7}{3} = \frac{4 \times 7}{3} = \frac{28}{3}$

Méthode : Multiplier une fraction par un nombre

Vidéo https://youtu.be/Q5nNel8sclw

1) Calculer : a) $\frac{3}{17} \times 17$ $\qquad$ b) $\frac{4}{6} \times 6$ $\qquad$ c) $9 \times \frac{12}{9}$

2) Calculer : a) $8 \times \frac{3}{2}$ b) $4 \times \frac{2}{7}$ c) $\frac{2}{3} \times 12$

3) Dans une classe de 6ème qui contient 24 élèves, les trois quarts ne bavardent jamais. Combien y a-t-il d'élèves qui ne bavardent jamais dans cette classe ?

**Correction**

1) a) $\frac{3}{17} \times 17 = 3$ b) $\frac{4}{6} \times 6 = 4$ c) $9 \times \frac{12}{9} = 12$

2) a) $8 \times \frac{3}{2} = \frac{8\times3}{2}$
$= \frac{24}{2}$
$= 12$

b) $4 \times \frac{2}{7} = \frac{4\times2}{7}$
$= \frac{8}{7}$

c) $\frac{2}{3} \times 12 = 12 \times \frac{2}{3}$
$= \frac{12\times2}{3}$
$= \frac{24}{3}$
$= 8$

3) On cherche à calculer les $\frac{3}{4}$ de 24, soit :

$\frac{3}{4} \times 24 = 24 \times \frac{3}{4}$
$= \frac{24\times3}{4}$
$= \frac{72}{4}$
$= 18$

18 élèves de la classe ne bavardent jamais.

Autre méthode :

Un quart de 24 élèves = 24 : 4 = 6 élèves.

On veut les trois quarts, soit : 3 × 6 = 18 élèves.

## 2) Multiplier sans simplifier

Exemple :

$\frac{5}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{5 \times 3}{2 \times 4} = \frac{15}{8}$

<u>Remarque :</u> On ne met pas les fractions au même dénominateur lorsqu'on les multiplie !!!
On multiplie « en ligne ».

<u>Propriété :</u> Lorsqu'on multiplie des fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

$$\boxed{\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}}$$

<u>Méthode :</u> Multiplier des fractions (1)

**Vidéo** https://youtu.be/j27kXXrw3Xk

Calculer :

$$A=\frac{2}{3}\times\frac{5}{11} \qquad B=7\times\frac{2}{3} \qquad C=\frac{2}{-3}\times\frac{-7}{-5}$$

**Correction**

$$A=\frac{2}{3}\times\frac{5}{11}=\frac{2\times 5}{3\times 11}=\frac{10}{33}$$

$$B=7\times\frac{2}{3}=\frac{7}{1}\times\frac{2}{3}=\frac{7\times 2}{1\times 3}=\frac{14}{3}$$

$$C=\frac{2}{-3}\times\frac{-7}{-5}=-\frac{2\times 7}{3\times 5}=-\frac{14}{15}$$

3) <u>Multiplier après simplifier</u>

<u>Exemple :</u>

$$\frac{7}{18}\times\frac{81}{56}=\frac{7\times 81}{18\times 56}=\frac{567}{1\,008}=\cdots$$ 😱 ?

*Maladroit !!! Il est trop tard pour pouvoir simplifier !*
*Il faut donc simplifier avant de multiplier.*

<u>Méthode :</u> Multiplier des fractions (2)

**Vidéo** https://youtu.be/9nwZMLmoag8

Calculer :

$$A=\frac{15}{-8}\times\frac{-9}{15} \qquad B=\frac{-3}{30}\times\frac{36}{7} \qquad C=\frac{-7}{18}\times\frac{81}{-56}$$

**Correction**

$$A = \frac{15}{-8} \times \frac{-9}{15}$$
$$= \frac{15 \times (-9)}{(-8) \times 15}$$ ← On simplifie, si possible, avant de multiplier « en ligne » !
$$= \frac{-9}{-8} = \frac{9}{8}$$ ← Règle des signes

$$B = \frac{-3}{30} \times \frac{36}{7}$$
$$= \frac{-3 \times 36}{30 \times 7}$$
$$= \frac{-3 \times 6 \times 6}{6 \times 5 \times 7}$$
$$= \frac{-3 \times 6}{5 \times 7}$$
$$= -\frac{18}{35}$$

$$C = \frac{-7}{18} \times \frac{81}{-56}$$
$$= \frac{7 \times 81}{18 \times 56}$$
$$= \frac{7 \times 9 \times 9}{9 \times 2 \times 7 \times 8}$$
$$= \frac{9}{2 \times 8}$$
$$= \frac{9}{16}$$

## Partie 9 : Inverse d'un nombre

Exemples :

| L'inverse de… | $3$ | $2$ | $0{,}4$ | $-7$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{7}{12}$ | $x$ | $\frac{a}{b}$ | $0$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| est… | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{2} = 0{,}5$ | $\frac{1}{0{,}4} = 2{,}5$ | $\frac{1}{-7}$ | $4$ | $\frac{12}{7}$ | $\frac{1}{x}$ | $\frac{b}{a}$ | $\times$ |

0 n'a pas d'inverse ↑

Définitions : Avec $x \neq 0, a \neq 0$ et $b \neq 0$ :
L'inverse de $x$ est $\frac{1}{x}$.
L'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$.

Propriété : Deux nombres sont inverses l'un de l'autre si leur produit est égal à 1.

Exemple :
Quand on en fait le produit d'un nombre avec son inverse dans le tableau, on obtient toujours 1.
Par exemple :
- $2 \times 0{,}5 = 1$

- $3 \times \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$
- $\frac{7}{12} \times \frac{12}{7} = \frac{7 \times 12}{12 \times 7} = 1$

Méthode : Vérifier si deux nombres sont inverses l'un de l'autre

Vidéo https://youtu.be/0rn5R3-vutQ

Les nombres 3 et 0,333 sont-ils inverses l'un de l'autre ?

**Correction**
Les nombres 3 et 0,333 ne sont pas inverses l'un de l'autre,
car $3 \times 0,333 = 0,999 \neq 1$

## Partie 10 : Quotient de deux nombres

Exemples :

$2 : 5 = 0,4$
$2 \times \frac{1}{5} = 0,4$
Donc, $2 : 5 = 2 \times \frac{1}{5}$

$4 : 8 = 0,5$
$4 \times \frac{1}{8} = 0,5$
Donc, $4 : 8 = 4 \times \frac{1}{8}$

$3 : 2 = 1,5$
$3 \times 0,5 = 1,5$
Donc, $3 : 2 = 3 \times 0,5$

Propriété : Diviser par un nombre, c'est multiplier par son inverse.

Démonstration : Prouvons que $N : x = N \times \frac{1}{x}$

$N \times \frac{1}{x} = \frac{N \times 1}{x} = \frac{N}{x} = N : x$

## Partie 11 : Division de fractions

Exemple : Diviser par un nombre, c'est multiplier par son inverse, ainsi :

$$\frac{2}{3} : \frac{5}{4} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$$

$$\boxed{\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}}$$

Méthode : Diviser les fractions

Vidéo https://youtu.be/7_hZWOoMBSA

Effectuer :

$A=\frac{3}{4}:\frac{5}{8}$ $\qquad B=\frac{-5}{6}:3$ $\qquad C=\frac{\frac{4}{9}}{\frac{16}{3}}$

**Correction**

$$A=\frac{3}{4}:\frac{5}{8}=\frac{3}{4}\times\frac{8}{5}=\frac{3\times 8}{4\times 5}=\frac{24}{20}=\frac{6}{5}$$

$$B=\frac{-5}{6}:3=\frac{-5}{6}\times\frac{1}{3}=\frac{-5\times 1}{6\times 3}=\frac{-5}{18}$$

$$C=\frac{\frac{4}{9}}{\frac{16}{3}}=\frac{4}{9}:\frac{16}{3}=\frac{4}{9}\times\frac{3}{16}=\frac{4\times 3}{9\times 16}=\frac{\mathbf{4}\times\mathbf{3}}{3\times\mathbf{3}\times\mathbf{4}\times 4}=\frac{1}{3\times 4}=\frac{1}{12}$$

# Partie 12 : Calculs mêlés de fractions

Méthode : Effectuer des calculs mêlés de fractions

Vidéo https://youtu.be/8vFfzMYi1mM

Effectuer :

$A=\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\times\frac{4}{5}$ $\qquad B=\frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)$ $\qquad C=\frac{1}{6}\times\left(5-\frac{3}{8}\right)$

Pour les experts 🤩 :

$$D=\frac{\frac{2}{5}+\frac{-3}{4}}{2+(-2)\times\frac{-7}{4}}$$

**Correction**

$$A = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{4}{5}$$
$$= \frac{2}{3} - \frac{4}{15}$$
$$= \frac{10}{15} - \frac{4}{15}$$
$$= \frac{6}{15}$$
$$= \frac{2}{5}$$

$$B = \frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)$$
$$= \frac{2}{3} \times \left(\frac{2}{4} - \frac{1}{4}\right)$$
$$= \frac{2}{3} \times \frac{1}{4}$$
$$= \frac{2}{12}$$
$$= \frac{1}{6}$$

$$C = \frac{1}{6} \times \left(5 - \frac{3}{8}\right)$$
$$= \frac{1}{6} \times \left(\frac{40}{8} - \frac{3}{8}\right)$$
$$= \frac{1}{6} \times \frac{37}{8}$$
$$= \frac{37}{48}$$

$$D = \frac{\frac{2}{5} + \frac{-3}{4}}{2 + (-2) \times \frac{-7}{4}}$$
$$= \left(\frac{2}{5} + \frac{-3}{4}\right) : \left(2 + (-2) \times \frac{-7}{4}\right)$$
$$= \left(\frac{2}{5} - \frac{3}{4}\right) : \left(2 + \frac{(-2) \times (-7)}{4}\right)$$
$$= \left(\frac{8}{20} - \frac{15}{20}\right) : \left(2 + \frac{14}{4}\right)$$
$$= \frac{-7}{20} : \left(2 + \frac{7}{2}\right)$$
$$= \frac{-7}{20} : \left(\frac{4}{2} + \frac{7}{2}\right)$$
$$= \frac{-7}{20} : \frac{11}{2}$$
$$= \frac{-7}{20} \times \frac{2}{11}$$
$$= \frac{-14}{220}$$
$$= -\frac{7}{110}$$